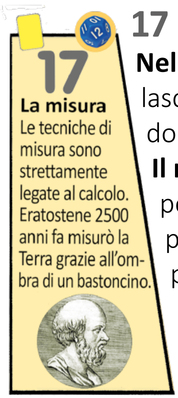
1



17

Nel gioco. Se il giocatore risponde correttamente alla domanda lascia la pedina sulla casella e guadagna un gettone “Tira il dado” dodecaedrico, se presente sulla tavola.

Il numero • È il più piccolo primo che è somma di due quarte potenze distinte: 1^4+2^4 • $17=3^4-4^3$ • $17=2^3+3^2$ • È il più piccolo primo la cui somma delle cifre è un cubo: $1+7=8=2^3$ • È l’unico primo che è somma di quattro primi consecutivi: $17=2+3+5+7$ • 17 è primo e anche 71 è primo • Venerdì 17 è considerato infausto in Italia da tempi immemorabili, probabilmente a causa della scritta presente sulle tombe romane VIXI (“vissi”) composta dalle lettere VI e XI, che interpretate come numeri danno come somma 17: le vie della superstizione sono infinite... • Tra i primi 100 milioni di numeri primi, quelli che finiscono con 17 sono più frequenti di quelli che terminano con qualsiasi altra coppia di cifre • Se tra le cifre dei due primi gemelli 17 e 19 si inserisce un nove si ottiene una coppia di primi gemelli di tre cifre: 197 e 199 • $17 + 2^1$; $17 + 2^1 + 2^2$; $17 + 2^1 + 2^2 + 2^3$; $17 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4$ e $17 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$ sono primi • L'espressione $n^2 + n + 17$ è particolare: attribuendo a n i valori da 0 a 15 si ottengono numeri primi tra 17 e 257 • La somma delle cifre del cubo di 17, che è il numero 4.913, è 17; non si conosce altro numero primo che sia la somma delle cifre del suo cubo. • Un numero con più di due cifre è divisibile per 17 se la differenza fra il numero ottenuto eliminando la cifra delle unità e il quintuplo della cifra delle unità è 0, 17 o un multiplo di 17; esempio: 3.026 è divisibile per 17 se lo è il numero $302 - (5 \times 6) = 272$; ripetendo l'operazione, 272 è divisibile per 17 dato che il numero $27 - (5 \times 2) = 17$ •

La misura. La misurazione o misura è l'attribuzione di un valore a una particolare proprietà fisica o chimica di un oggetto o di una sostanza. Tale valore fa riferimento a una scala che si suppone comprenda tutti i valori che la proprietà può assumere, che può avere dei limiti o essere infinita. Per esempio nella scala delle temperature esiste un limite inferiore, che è –273,15 °C (zero assoluto), mentre per le distanze o altre grandezze si può concepire che non esista un limite.

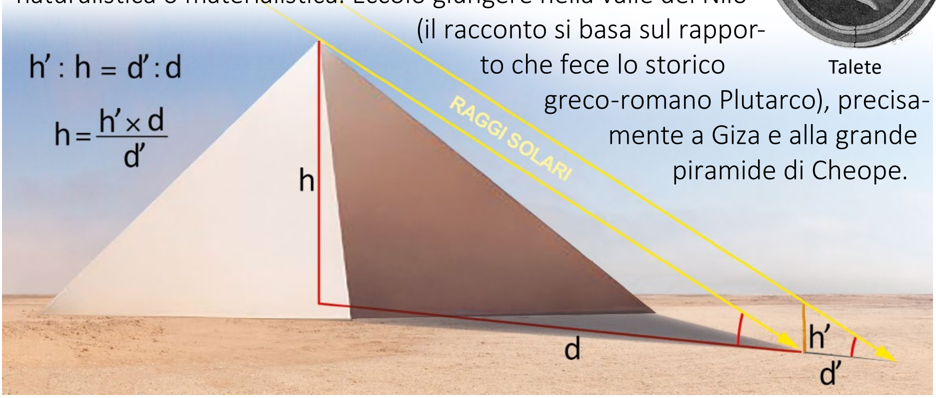
La misura può avvenire attraverso molti procedimenti. Nel caso della lunghezza degli oggetti essa può avvenire per semplice confronto con la lunghezza di un campione. È l'operazione che facciamo quando misuriamo la lunghezza di un segmento con un righello, dove il righello graduato è il campione.

La scienza che definisce e studia le unità di misura è la metrologia, in cui la matematica gioca un importante ruolo. La misura di una certa grandezza è variata nelle epoche e varia da cultura a cultura, malgrado gli sforzi di utilizzare un sistema universale. Per esempio tutta la tecnica è gestita con unità di misura di lunghezza metriche in metà del mondo (metro, con i suoi multipli e sottomultipli) e con unità di misura imperiali nell'altra metà (pollice, piede, yarda, miglio, ecc.). Dunque la matematica è indispensabile anche solo per l'effettuazione delle conversioni da un'unità all'altra. Il tema è molto serio, se solo pensiamo agli incidenti aerei avvenuti per un'errata conversione tra unità metriche e imperiali o per la scarsa familiarità nell'uso di una certa unità da parte di personale abituato a usare l'altra.

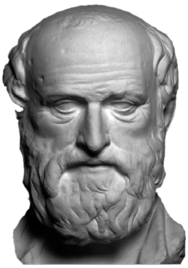
Interessante è la misura della proprietà di un oggetto che non possiamo avvicinare o troppo grande per poter essere confrontato con un campione fisico, detta misura a distanza o telemisura. Vediamo alcuni casi storici di telemisura che ci mostrano come si possa conoscere approfonditamente la realtà che ci circonda anche con strumenti rudimentali.

Talete

Immaginiamo di seguire il filosofo, matematico e ingegnere greco Talete di Mileto (624 - 546 a.e.c.) nel suo viaggio in Egitto. Talete fu uno dei primi pensatori che tentò di spiegare i fenomeni naturali senza ricorrere a miti, primo esponente della filosofia naturalistica o materialistica. Eccolo giungere nella valle del Nilo (il racconto si basa sul rapporto che fece lo storico greco-romano Plutarco), precisamente a Giza e alla grande piramide di Cheope.



Questa era già allora un monumento antico, di cui nessuno però sapeva l'altezza. Talete, interrogato su questo tema nientemeno che dal faraone, trovò subito il modo di conoscere questo dato. Piantò un bastoncino nel terreno e misurò la sua ombra e quella della piramide. Ma lasciamo parlare Plutarco:



Eratostene

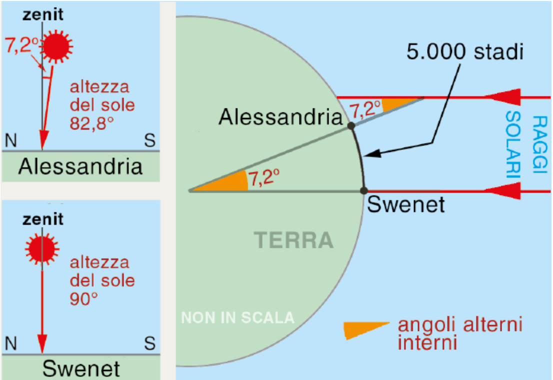
...senza l'aiuto di strumenti, piantata un'asta al limite dell'ombra proiettata dalla piramide, poiché i raggi del sole, investendo l'asta e la piramide formavano due triangoli, [ha] dimostrato che l'altezza dell'asta e quella della piramide stanno nella stessa proporzione in cui stanno le loro ombre.

Ovviamente Talete conosceva le proprietà dei triangoli simili; forse le aveva scoperte lui stesso.

Ora rimaniamo nella valle del Nilo, ma spostiamoci di tre secoli avanti per incontrare Eratostene (276 - 194 a.e.c.), nato a Cirene, matematico, astronomo, geografo, nonché direttore della Biblioteca di Alessandria e anche poeta. Un vero genio universale.

Qui a fianco il mondo così come lo conosceva e lo ha descritto, da una stampa francese della metà dell'Ottocento.

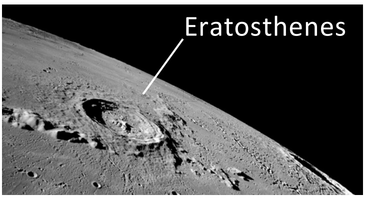
Casella 17



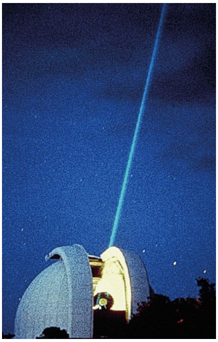
Eratostene ci spiega come ha misurato le dimensioni del pianeta Terra. Sa che a Swenet (la città nota ai greci come Siene e oggi come Aswan), nell'istante del mezzodì del giorno del solstizio estivo il sole è allo zenit, ovvero ha un'altezza sull'orizzonte di 90°. Grazie a un bastoncino infilato nel terreno ad Alessandria, sita a nord di Swenet, alla stessa ora dello stesso giorno ha determinato che il sole ha un'altezza sull'orizzonte 82° 48', ovvero di 7° 12' = 7,2° (un cinquantesimo di cerchio, essendo 7,2 = 360 / 50) più bassa che a Swenet.
Eratostene ben sapeva che la Terra è sferica e che se una retta incrocia due parallele gli angoli alterni interni sono uguali. L'angolo tra le due misure di altezza del sole corrisponde, al centro della Terra, all'angolo tra le verticali passanti per le due località. Detto altrimenti, l'arco di cerchio di 7,2° tra Alessandria e Swenet è 1/50 della circonferenza della Terra.
Sapendo che la distanza tra Alessandria e Swenet è di 5.000 stadi (1 stadio egizio = 157,5 metri), la semplice proporzione

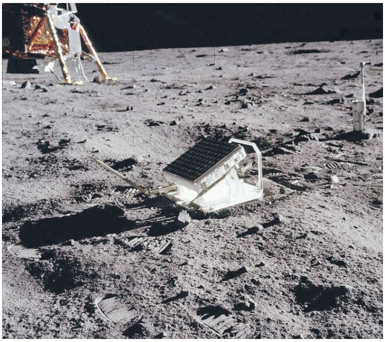
$$7{,}2 : 360 = 5.000 : x$$

gli ha permesso di calcolare che la circonferenza della Terra è di 250.000 stadi, pari a 39.375 km, un valore stupefacentemente vicino al valore di 39.941 km della circonferenza polare (quella passante per i poli) come lo conosciamo oggi. Ecco che un intelletto libero, non contaminato da miti, superstizioni e pregiudizi, basandosi sull'osservazione di fatti naturali, è giunto con un'elementare sperimentazione a far fare all'umanità un passo da gigante, giungendo a misurare le dimensioni del nostro pianeta. Eratostene pare che avesse anche trovato il modo di misurare la distanza tra le Terra e il Sole e tra la Terra e la Luna, ma le notizie sono frammentarie. Per onorarne la memoria gli è stato intitolato un importante cratere lunare.
Parlando di telemetria e di Luna, vediamo ora come il problema della determinazione della distanza Terra - Luna sia stato affrontato due millenni dopo Eratostene. Seguiamo quindi gli astronauti dell'Apollo 11 nei loro primi passi sulla Luna, nel luglio del 1969. Stanno sistemando sulla superficie un retroriflettore, che è in pratica uno specchio catarifrangente come quello che c'è sul parafango delle biciclette, nell'ambito dell'esperimento



1

1 

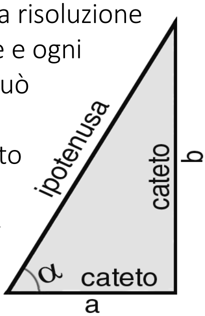
2 

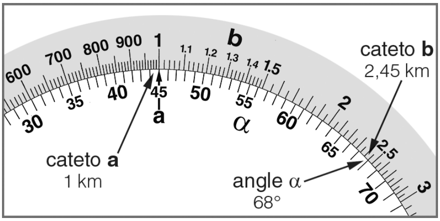
Il raggio laser parte dall'osservatorio McDonald diretto al retroriflettore.
A destra il retroriflettore, sistemato sulla superficie lunare.

Lunar Laser Ranging (misura laser lunare). Il funzionamento è semplice: si invia dalla Terra un raggio laser verso il retroriflettore e questo lo riflette verso la Terra, dove viene ricevuto; si misura il tempo impiegato dal segnale laser ad andare e tornare (circa 2,5 secondi), lo si moltiplica per la velocità della luce (299.792 km al secondo) e si divide per due il risultato, ottenendo la distanza della Luna dalla Terra. Supponiamo che in un certo momento il segnale sia di ritorno dopo 2,56 secondi. La distanza della Luna in quel momento è di

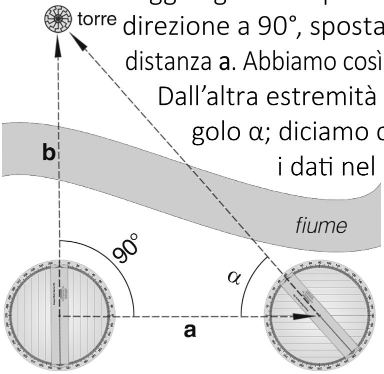
$$(299.792 \times 2,56) : 2 = 383.733,76 \text{ km}$$

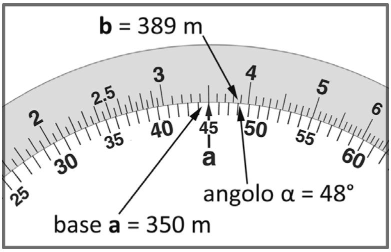
Il tempo rilevato varia di continuo, così come varia di continuo la distanza tra la Terra e la Luna. La distanza media risulta essere di 384.467 km. L'accuratezza di queste misure è nell'ordine del millimetro e ha consentito di appurare che la luna sta spiralando lontano dalla Terra a un ritmo di 38 millimetri all'anno.
Passiamo ora alla pratica servendoci di due strumenti di misura – il Quadrante e il Quadrante Azimutale o Pelorus – e uno strumento di calcolo, che è il "Regolo degli angoli rettangoli". Questi strumenti si trovano in Appendice 2, pronti per essere fotocopiati, ritagliati e assemblati, seguendo le semplici istruzioni. I due quadranti permettono misure di angoli: il Quadrante nel piano verticale e il Pelorus in quello orizzontale.
Gli strumenti per misurare angoli sono stati usati per millenni da astronomi e navigatori per determinare il moto degli astri e prevederne la posizione e per navigare su mari e oceani, ma anche sul terreno, per determinare la distanza di un oggetto irraggiungibile o la sua dimensione, che è uno dei lavori dei topografi. Dato che ogni superficie può essere suddivisa in triangoli si comprende che la misura di aree piccole o grandi della Terra si può ridurre alla risoluzione di triangoli. Il procedimento si chiama "triangolazione". E dato che e ogni triangolo si può dividere in due triangoli rettangoli, l'operazione può infine ridursi alla risoluzione di triangoli rettangoli.
Il nostro Regolo permette di determinare la lunghezza di un cateto di un triangolo rettangolo (**b**) se è nota la lunghezza dell'altro cateto (**a**) e dell'angolo α tra quest'ultimo e l'ipotenusa. Il risultato si può ottenere anche grazie a calcoli, ma il Regolo dà in due o tre secondi la soluzione del problema, seppure approssimata.



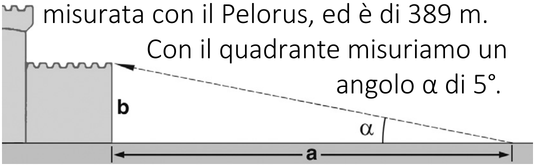


Vediamo in un esempio come si fa.
Si dispone la freccina “**a**“ sul valore del cateto **a** (1 km nell’esempio); in corrispondenza dell’angolo (68° nell’esempio) si legge la lunghezza del cateto **b** (2,45 km). Chi conosce la trigonometria può comprendere che il regolo produce risultati in base alla formula **b** = **a** × tgα; la scala interna riporta infatti i valori della tangente dell’angolo α. Impostando due dei tre parametri, si ha il terzo come risultato. Per l’uso pratico questi aspetti teorici possono però essere ignorati.
Vediamo ora qualche esempio di problemi che si possono risolvere con questi strumenti. Supponiamo di voler misurare la distanza di una torre che non è raggiungibile. La puntiamo con il Pelorus e poi definiamo una direzione a 90°, spostando lo strumento in quella direzione a una distanza **a**. Abbiamo così definito una “base”; supponiamo che sia di 350 m. Dall’altra estremità della base puntiamo alla torre e definiamo l’angolo α; diciamo che sia per esempio di 48°. Immettendo i dati nel Regolo otteniamo subito la lunghezza di **b**, che è di 389 m. Abbiamo usato la parte di scala tra 1 e 10, ma l’ordine di grandezza va correttamente valutato; in questo caso i valori tra 3 e 4 sono da interpretare come tra 300 e 400.

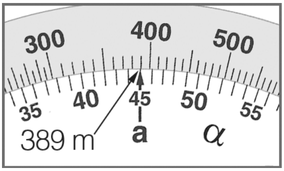


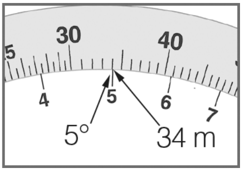


Lo stesso discorso vale per il piano verticale. Supponiamo di voler misurare l’altezza delle mura di un castello (qui sotto). La distanza **a** è nota, magari proprio perché l’abbiamo misurata con il Pelorus, ed è di 389 m. Con il quadrante misuriamo un angolo α di 5°.

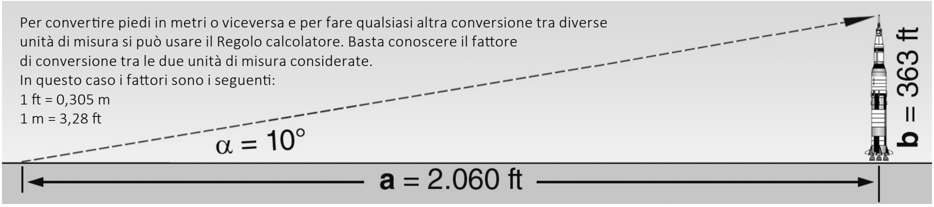


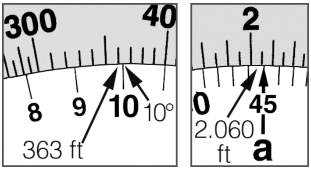
Il Regolo, immessi i valori come si vede qui a fianco, dice che le mura sono alte 34 m.
Il bello dei Regoli è che permettono di fare operazioni, ma anche le operazioni inverse.



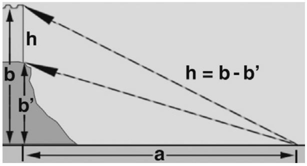


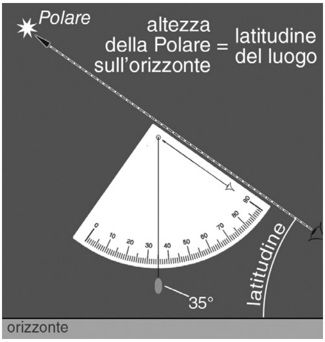
Per esempio immaginiamo di conoscere l’altezza di un oggetto, il Saturno V a Cape Canaveral, alto 363 piedi (*feet*, abbreviato *ft*; siamo negli USA e usiamo le unità di misura locali), e di voler determinare la distanza a cui si trova da noi.





In questo caso regoliamo il valore di **b**, noto, in corrispondenza dell'angolo α, con la freccina **a** che ci indica il valore di **a**, ovvero della distanza del razzo. Ora chiediamoci: e se l'oggetto di cui vogliamo misurare l'altezza non poggia sul piano dell'orizzonte, ma è posto a una certa altezza, per esempio su un'altura? Nessun problema, prima misuriamo l'altezza dell'estremità superiore **b** dell'oggetto, poi l'altezza dell'estremità inferiore **b'**. Basta fare la differenza tra i due valori per ottenere l'altezza del nostro oggetto.



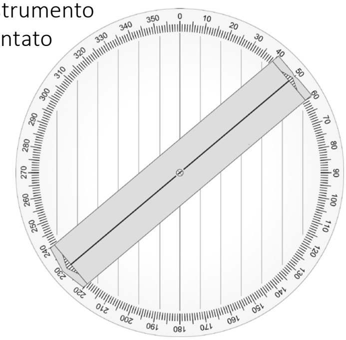


Infine non dimentichiamo che, nell'emisfero boreale, l'altezza sull'orizzonte della Stella Polare è pari, con grande approssimazione, alla latitudine del luogo. Questa nozione è stata usata per secoli per le navigazioni oceaniche, fornendo ogni notte la latitudine della nave. Navigando in modo da tenere la Polare alla stessa altezza, Colombo e gli altri navigatori potevano procedere lungo un parallelo prefissato.

APPENDICE 2

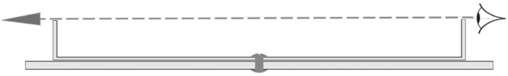
Strumenti da fotocopiare

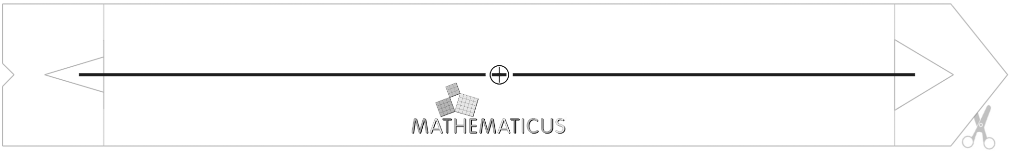
lo strumento montato



Quadrante azimutale o Pelorus

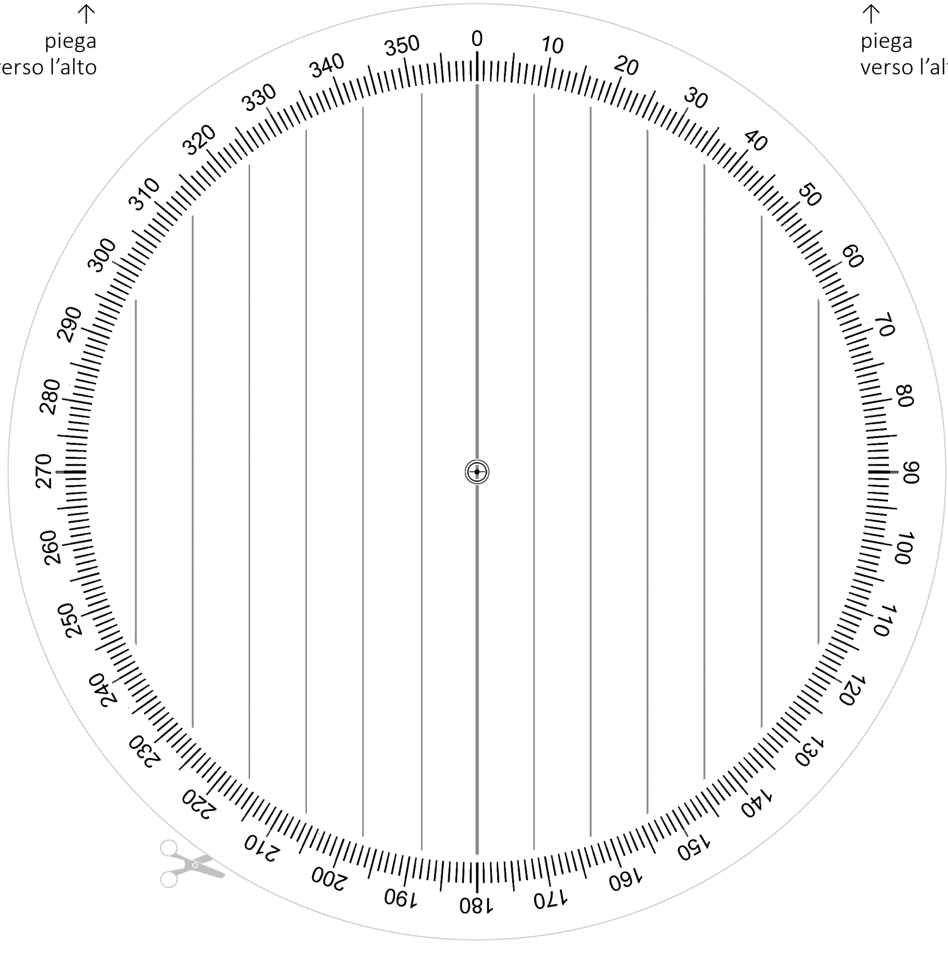
Fotocopia e incolla su un cartoncino spesso e piano le parti e ritagliatele. Pratica i fori e assembla lo strumento con un ribattino o una graffa “fermacampioni”. Le parti rialzate servono per mirare nella direzione desiderata.



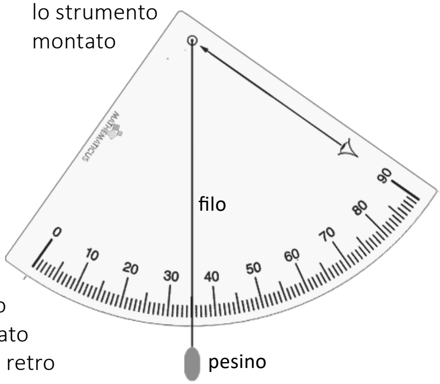


piega verso l’alto

piega verso l’alto

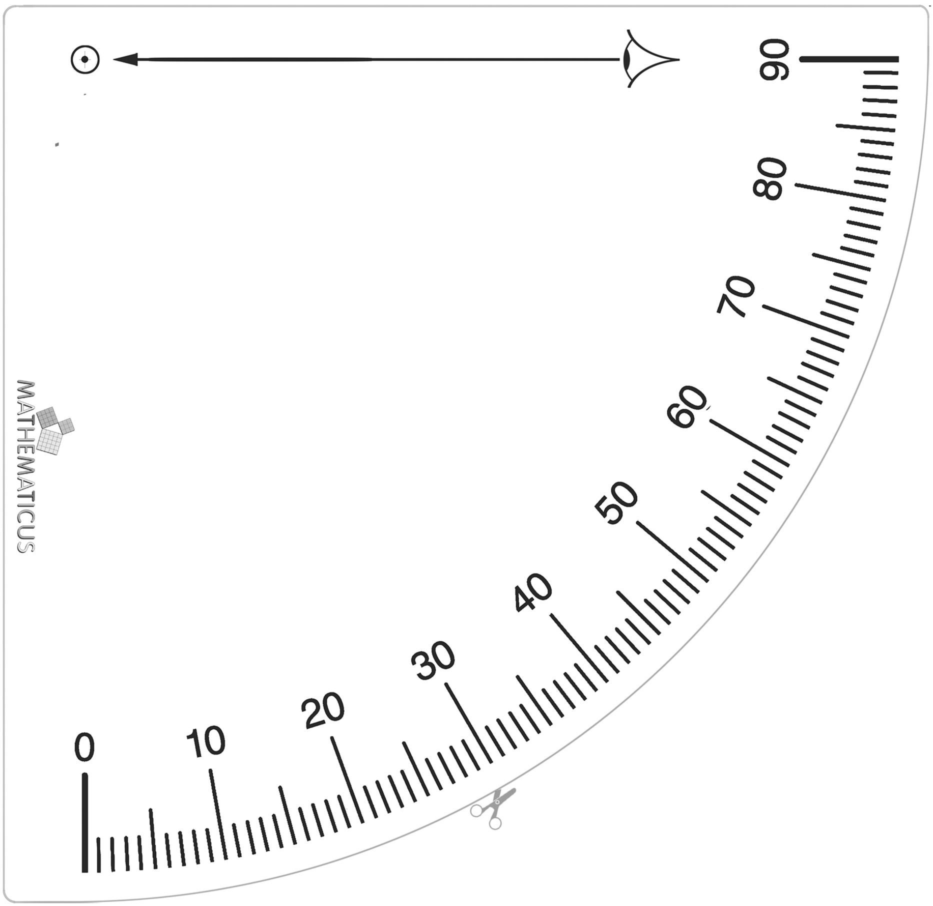


Vuoi una versione elettronica ad alta risoluzione stampabile degli strumenti?
Vai su
Mathematicus.it
alla sezione DOWNLOAD.



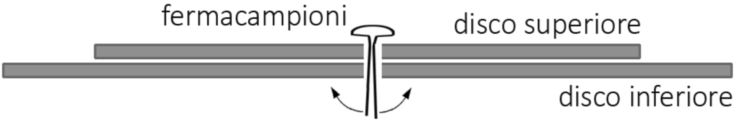
Quadrante

Fotocopia e incolla su un cartoncino spesso e piano il quadrante e ritagliatelo. Fissa poi nel punto indicato dal cerchietto un filo a piombo, bloccando il filo sul retro con nastro adesivo.
Mirando a una certa altezza il filo indica sulla scala l’altezza sull’orizzonte del punto mirato.

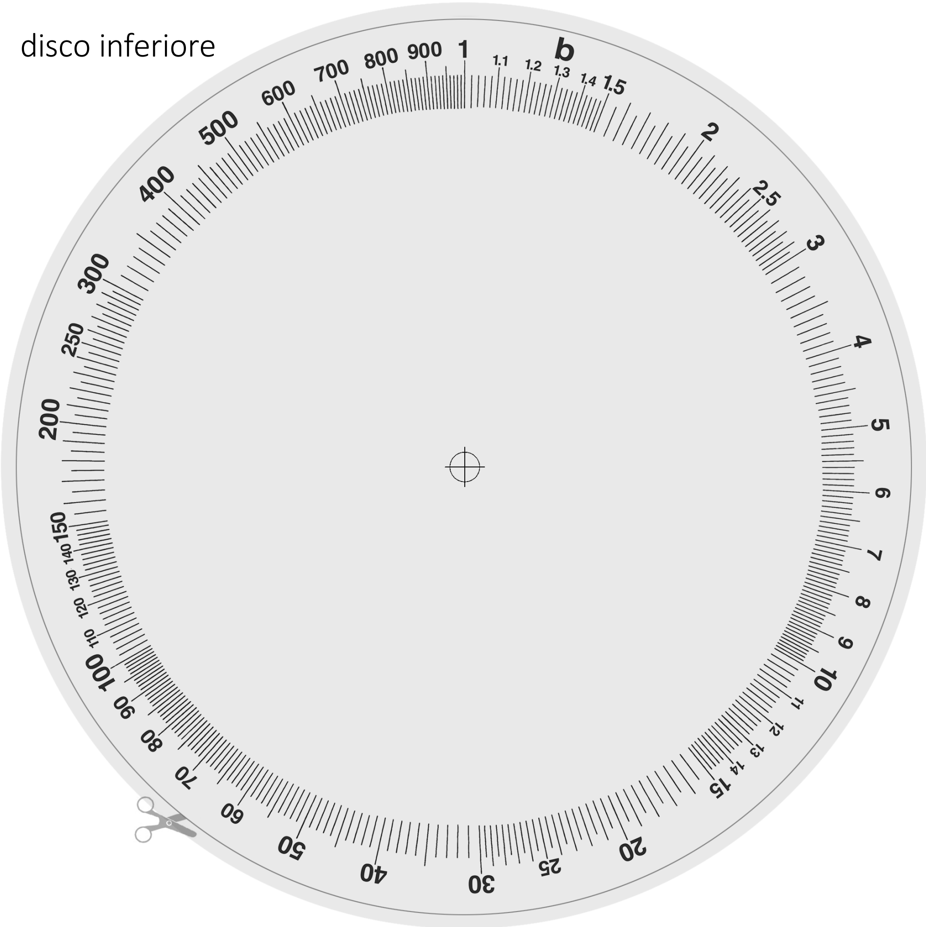


Regolo dei triangoli rettangoli

Fotocopia e incolla su un cartoncino spesso e piano i due dischi, ritagliali, pratica i fori centrali e assemblali con un ribattino o un fermacampioni. Prima di fare il foro, rinforza l’area con uno o due pezzetti di nastro adesivo.
Nella pagina a fianco, lo strumento come appare dopo il montaggio.



disco inferiore



lo strumento montato

disco superiore